МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный педагогический университет»
(ТГПУ)

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан физико-математического факультета
________________ А.Н. Макаренко
«_30_»_августа_2011 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.Р.01 «Численные методы»

Направление подготовки: 050200.62 Физико-математическое образование

Профессионально-образовательный профиль: физика

Степень (квалификация) выпускника: бакалавр физико-математического образования

1. Цели и задачи дисциплины

Курс «Численные методы» является одним из фундаментальных разделов вычислительной математики, который посвящен разработке методов и алгоритмов решения типовых математических задач, возникающих при исследованиях математических моделей. Программа предназначена для построения курса лекционных и лабораторных занятий для студентов обучающихся по направлению 050200.62 Физико-математическое образование профессионально – образовательный профиль Физика. В программу входят следующие темы дисциплины: теория погрешностей, решение уравнений с одним неизвестным, интерполирование, решение систем линейных алгебраических уравнений, метод наименьших квадратов, численное интегрирование, метод Монте-Карло, численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Изучение курса «Численные методы» ставит своей целью сформировать у студентов в систематизированной форме понятия о численных методах решения прикладных задач, источниках ошибок и методах оценки точности результата.

Задача курса – познакомить студентов с основными численными методами, продемонстрировать обоснование существования решений прикладных задач на базе математических знаний студентов.

2. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате изучения дисциплины «Математика. Численные методы» студент должен:

уметь применять теоретический материал к решению вычислительных задач;

обосновывать выбор численного метода;

уметь оценивать точность результата;

владеть алгоритмом используемого метода;

составлять соответствующую программу на одном из конкретных языков программирования.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы:

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр
		3
Общая трудоемкость дисциплины	100	100
Аудиторные занятия	54	54
Лекции	18	18
Практические занятия (ПЗ)		
Семинары (С)		
Лабораторные работы (ЛР)	36	36
И (или) другие виды аудиторных занятий		
Самостоятельная работа	46	46
Курсовой проект (работа)		
Расчетно-графические работы		
Реферат		
И (или) другие виды самостоятельной работы		
Вид итогового контроля (экзамен, зачет)		экзамен

4. Содержание дисциплины

4.1 Раздел дисциплины и вид занятий (Тематический план)

№ п/п	Раздел дисциплины	Лекции	ЛР	Самостоятельная работа
1	Теория погрешностей		2	4
2	Решение уравнений с одним неизвестным	2	6	8
3	Интерполирование	2	4	6
4	Численное дифференцирование и интегрирование	4	6	6
5	Решение систем линейных алгебраических уравнений	2	6	8
6	Метод наименьших квадратов	2	4	4
7	Метод Монте-Карло	2	4	6
8	Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	4	4	4

4.2. Содержание разделов дисциплины

1. Теория погрешностей. Приближенные числа, погрешности результатов основных арифметических действий. Связь между числом верных знаков и погрешностью числа. Общая формула для погрешности.

2. Решение уравнений с одним неизвестным. Способы отделения корней (аналитический, графический, машинный). Итерационные методы. Обоснование сходимости итерационного процесса, оценка точности. Метод хорд, метод Ньютона, комбинированный метод.

3. Интерполирование. Интерполяционный многочлен Лагранжа и его погрешность.

4. Численное дифференцирование и интегрирование. Общий случай вычисления производной произвольного порядка. Неустранимая погрешность формул численного дифференцирования. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формула трапеций. Формула Симпсона.

5. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Решение систем уравнений. Прямые и итерационные процессы (метод Гаусса, метод главных элементов, метод простой итерации). Обращение матрицы.

6. Метод наименьших квадратов. Метод наименьших квадратов. Линейная регрессия. Нахождение приближающей функции в виде степенной, показательной дробно - рациональной.

7. Метод Монте-Карло. Идея метода Монте-Карло. Вычисление площади произвольной фигуры. Вычисление кратных интегралов методом Монте-Карло.

8. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Пикара. Понятие устойчивости. Пример плохой обусловленности. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутта.

5. Лабораторные занятия

1. Основы теории погрешностей.(1)
2. Отделение корней уравнения: аналитический метод, графический метод, машинный метод.(2)
3. Метод хорд.(2)
4. Комбинированный метод.(2)
5. Формула Лагранжа и её погрешность.(3)
6. Обобщенная формула трапеций.(4)
7. Обобщенная формула Симпсона.(4)

8. Решение системы методом Гаусса с выбором главных элементов.(5)
9. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.(5)
10. Метод наименьших квадратов (линейное аппроксимирование).(6)

11. Метод наименьших квадратов (аппроксимирование в виде степенной, показательной дробно – рациональной функциями).(**6**)
12. Метод статистической обработки опытных данных.(**6**)
13. Вычисление площади произвольной фигуры методом Монте-Карло.(**7**)
14. Вычисление интегралов методом Монте-Карло.(**7**)
15. Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: с помощью степенных рядов, методом Пикара.(**8**)
16. Метод Эйлера.(**8**)
17. Метод Рунге-Кутта. Результат получить в виде таблицы значений и в графическом виде. (**8**)

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

6.1 Литература

а) основная литература:

1. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО ГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 1.,-2006.-43 с.: ил.
2. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО ГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 2.,-2007.-34 с.: ил.
3. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО ГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 3.,-2007.-38 с.: ил.
4. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО ГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 4.,-2009.-32 с.: ил.
5. Разина, Г.К. Численные методы: методические указания/ Г.К. Разина; Министерство образования и науки РФ, ТГПУ.- Томск: издательство ТГПУ. Ч. 5.,-2011.-36 с.: ил.

б) дополнительная литература:

1 Бахвалов Н.С. Численные методы [Текст]: учебное пособие для вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; МГУ.-5-е изд.- М.: Бином. Лаборатория знаний, 2007.- 636 с. - (Классический университетский учебник)
2 Разина, Г.К. Интерполирование: [методическое пособие для выполнения лабораторных работ]/ Г.К. Разина.- Томск: издательство ТГПУ, 2001.-27 с.
3 Разина, Г.К. Методы обработки опытных данных: [Методическое пособие для выполнения лабораторных работ]/ Г.К. Разина.- Томск: издательство ТГПУ, 2002.-27 с
4 Разина, Г.К. Численное интегрирование: методические указания/ Г.К. Разина; ТГПУ.- Томск: издательство ТГПУ, 2003.-27 с.

6.2 Средства обеспечения освоения дисциплины.

Рекомендуемая литература и учебно-методические пособия по предмету. Вся основная литература, указанная в пункте 6.1 имеется в достаточном количестве в библиотеке ТГПУ.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

компьютерные классы.

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

8.1. Методические указания для преподавателей по организации и выполнению самостоятельной работы:

Преподаватель должен ориентировать студентов на то, чтобы они учились оценивать полученные результаты. Ему необходимо обращать особое внимание на то, как студенты записывают результаты в тетрадь с монитора компьютера. Они должны записывать только верные цифры. Для этого следует преподавателю объяснять студентам о необходимости осмыслить результат, убедиться, что задача решена правильно. Он должен обратить внимание студентов на то, что при компиляции программы на языке Паскаль, выдаются сообщения о синтаксических ошибках в тексте программы, запуск программы на вычисление невозможен без исправления этих ошибок. Поэтому после прохождения компиляции у студентов может возникнуть иллюзия, что всё вычисляется верно, но это не всегда так. Преподаватель должен предложить студентам самостоятельно дополнить программу или выполнить какие-то действия с тем, чтобы они убедились, что программа выдаёт правильный результат. В каждом конкретном методе будут даны указания, что нужно делать для контроля результата.

8.2. Методические указания для студентов по организации и выполнению самостоятельной работы:

По курсу «Численные методы» студенты должны прослушать лекции, самостоятельно проработать теоретические вопросы и выполнить лабораторные работы, которые проходят в компьютерных классах. По данному курсу опубликовано шесть методических разработок, в которых кроме изложения теории, рассмотрены примеры и приведены программы на языке Паскаль. Каждая тема заканчивается контрольными вопросами, с помощью их студент самостоятельно может проверить глубину усвоения соответствующей темы. Так как отдельные темы полностью вынесены на самостоятельное изучение, то наличие таких методических разработок, даёт студентам возможность, изучить, соответствующую тему не обращаясь к другим источникам.

Для получения допуска к экзамену студентам необходимо выполнить индивидуальные задания и пройти устный опрос теории по темам лабораторных занятий. Выполнение заданий, вынесенных на самостоятельное изучение, проверяются преподавателем в течение семестра, по ним так же проводится зачет.

Студенты должны обращать особое внимание на точность того или иного метода, а так же на область его применения. При записи результата они должны записывать только верные цифры. Для этого им необходимо осмыслить результат, убедиться, что задача решена правильно. При компиляции программы на языке Паскаль, выдаются сообщения о синтаксических ошибках в тексте программы, запуск программы на вычисление невозможен без исправления этих ошибок. Поэтому после прохождения компиляции у студентов возникает иллюзия, что всё вычисляется верно, но это не всегда так. Они должны сами дополнить программу или выполнить какие-то действия с тем, чтобы убедиться, что программа выдаёт правильный результат. В каждом конкретном методе будут даны указания, что нужно делать для контроля результата.

Перечень контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы:

1. Основные понятия теории погрешностей.
2. Какое соотношение связывает число верных знаков с погрешностью числа?
3. Что значит отделить корни уравнения?
4. Когда можно отделить корни уравнения аналитическим методом, графическим методом и машинным методом?
5. Суть итерационного метода.
6. Каковы достаточные условия сходимости итерационной последовательности для уравнения $x = \varphi(x)$ на отрезке [a,b], содержащем один корень?

7. При итерационном методе решения уравнений от исходного уравнения $f(x) = 0$ переходят к эквивалентному уравнению вида $x = \varphi(x) \equiv x - \psi(x) f(x)$, где $\psi(x)$ - произвольная непрерывная функция. Какая функция $\psi(x)$ приводит к методу хорд, а какая к методу Ньютона?
8. Каким образом выбираем x_0 и x_1 в методе хорд для следующих случаев:

   а) $f' \succ 0$, $f'' \succ 0$; б) $f' \succ 0$, $f'' \prec 0$;

   в) $f' \prec 0$, $f'' \succ 0$; г) $f' \prec 0$, $f'' \prec 0$.
9. Какое условие является критерием для достижения заданной точности при решении уравнения комбинированным методом?
10. Постановка задачи интерполирования.
11. Почему приближают многочленами?
12. Интерполяционная формула Лагранжа имеет вид:
$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{j=0,\, j \neq i}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}.$$
    Написать в развернутом виде два первых слагаемых суммы.
13. Как связана степень многочлена с количеством узлов интерполяции?
14. Определить обобщённую степень числа.
15. Как получаются формулы приближенного дифференцирования?
16. Задача численного дифференцирования является некорректной - что это означает?
17. Суть численного интегрирования.
18. Как получаются квадратурные формулы Ньютона - Котеса?
19. Как меняется вычислительный алгоритм при изменении кратности интеграла для классических квадратурных формул и для метода Монте-Карло?
20. К какому типу методов - прямым или итерационным относится метод главных элементов?
21. Каким образом получается эмпирическая формула?
22. Чем отличается метод наименьших квадратов от метода интерполирования?
23. Каким образом строится приближающая функция в виде различных элементарных функций?
24. Цель статистической обработки.
25. Что значит детерминированный алгоритм?
26. На чем основан метод Монте-Карло?
27. Метод Монте-Карло для вычисления кратных интегралов.
28. Когда дифференциальное уравнение можно решить методом Пикара?
29. Когда дифференциальное уравнение можно решить численным методом?
30. Как определить, что задача хорошо обусловлена (устойчива)?

Тематика рефератов, курсовых работ: не предусмотрено учебным планом.

Перечень вопросов к экзамену:

1. Способы отделения корней уравнения.
2. Метод итераций для уравнения с одним неизвестным.
3. Метод хорд. Скорость сходимости.
4. Метод Ньютона. Скорость сходимости.
5. Комбинированный метод для уравнения.
6. Постановка задачи интерполирования.
7. Интерполяционная формула Лагранжа.
8. Погрешность формулы Лагранжа.
9. Формула Лагранжа для случая равноотстоящих узлов.

10. Численное интегрирование. Формулы Ньютона-Котеса..
11. Формула трапеций и её погрешность.
12. Формула Симпсона и её погрешность.
13. Метод главных элементов.
14. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
15. Метод итераций для систем линейных алгебраических уравнений.
16. Метод наименьших квадратов (постановка задачи).
17. Аппроксимирование по методу наименьших квадратов линейной функцией.
18. Аппроксимирование по методу наименьших квадратов степенной функцией.
19. Аппроксимирование по методу наименьших квадратов показательной функцией.
20. Аппроксимирование по методу наименьших квадратов дробно-линейной функцией.
21. Аппроксимирование по методу наименьших квадратов дробно-рациональной функцией.
22. Методом Монте-Карло. Вычисление площади произвольной фигуры методом Монте-Карло. Пример.
23. Вычисление двойного интеграла методом Монте-Карло.
24. Метод Пикара.

Программа составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению 050200.62 ФМО, профиль: Физика, квалификация: бакалавр.

Программу составила
кандидат физ.- мат. наук,
доцент кафедры теоретической физики

Г.К. Разина.

Программа дисциплины утверждена на заседании кафедры теоретической физики, протокол № 6 от 30 августа 2011 г.

Заведующий кафедрой теоретической физики

И.Л. Бухбиндер

Программа дисциплины одобрена УМК физико-математического факультета ТГПУ

Председатель УМК физико-математического факультета

Г.К. Разина